信心，坚持 2 小时在线

2024 管理类联考-数学精讲课

第四讲 方程、集合、一次函数

第三章　方程、函数与不等式

第一节　方程与方程组

知识精讲

方程的概念：含有未知数的等式.

方程的性质一：在方程两边同时做同样的运算（如：加一个数、乘一个数、平方），方程依然成立.

方程的性质二——移项：把一个数由方程的一边移到另一边时，符号需要改变.

例：$2x-1=x+2$，移项得到：$2x-x=2+1\Rightarrow x=3$

信心，坚持 2 小时在线

一、一元一次方程

1. 引例

解方程：$2x+1=7$

解：$2x+1=7 \Rightarrow 2x=7-1=6$　　解得 $x=3$

2. 定义

含有一个未知数且未知数的最高次数为一次的方程称为一元一次方程，其标准形式为：

$ax+b=0(a \neq 0)$，该方程的解为 $x=-\dfrac{b}{a}$；

信心，坚持 2 小时在线

二、一元二次方程

1. 引例：解方程 $x^2-2x-3=0$

2. 定义：含有一个未知数且未知数的最高次数为二次的方程称为一元二次方程， 其标准形式为：$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$

3. 一元二次方程解法

（1）配方法. 引例：解方程 $x^2-2x-3=0$

（2）因式分解法

把方程化为形如 $a(x-x_1)(x-x_2)=0(a\neq 0)$ 的形式，则解为 $x=x_1$ 或 $x=x_2$.

例： 解方程 $x^2-2x-3=0$

信心，坚持 2 小时在线

（3）公式法

利用求根公式解一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 可得 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，

其中, 判别式 $\Delta=b^2-4ac\geq 0$.

对于一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$,

当 $\Delta>0$ 时有两个不同的根，$\Delta=0$ 时有一个根（两个相等的根），$\Delta<0$ 时，没有根.

例： $x^2-2x-3=0$

信心，坚持 2 小时在线

易错点 1：使用公式法时方程必须写成标准形式，即等号右侧为 0.

例：方程 $x^2+mx+n=p$ 中，$a=1,b=m,c=n-p$

易错点 2：方程有两个根等价于“$\Delta\geq0$”（因为当 $\Delta=0$ 时方程有两个相等的根）；方程有两不等实根、两相异实根等价于“$\Delta>0$”

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

1. 解一元二次方程：$x^2-2x-1=0$ ，$x=$（　　）

A. ±1　　B. $1\pm\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}\pm1$　　D. 1　　E. $\pm\sqrt{2}$

4. 韦达定理

已知一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的两个根分别是x_1和x_2，则

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a} \qquad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

例：$x^2-2x-3=0$

韦达定理应用：在不解出方程的根的情况下，就可以求有关方程根的一些代数式的值.

韦达定理在考试中常见以下4种形式：

（1）$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}$

（2）$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$

（3）$\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}$

（4）$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

2. 已知 x_1,x_2 是方程 $x^2-ax-1=0$ 的两个实数根，则 $x_1^2+x_2^2=$ （　　）

A. a^2+2　　B. a^2+1　　C. a^2-1　　D. a^2-2　　E. $a+2$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

3. 若方程 $x^2+px+37=0$ 恰好有两个正整数解 x_1 和 x_2，则 $\frac{(x_1+1)(x_2+1)}{p}$ 的值为（　　）

A. -2　　B. -1　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. 1　　E. 2

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

4. 设$a^2+1=3a,b^2+1=3b,$且$a\neq b$，则代数式$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$的值为（　）

A. 5　　B. 10　　C. 9　　D. 11　　E. 7

5、根的分布或位置

利用韦达定理，方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$有根的情况有以下几种：

（1）方程有两个正根$\begin{cases} x_1+x_2>0 \\ x_1x_2>0 \\ \Delta\geq 0 \end{cases}$；（2）有两个负根$\begin{cases} x_1+x_2<0 \\ x_1x_2>0 \\ \Delta\geq 0 \end{cases}$

（3）一正一负根$\begin{cases} x_1\cdot x_2<0 \\ \Delta>0 \end{cases}$．

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

5. 关于x的一元二次方程$x^2-(k-1)x-3k-2=0$的两个实数根的平方和是 17，则k =（　　）

A. -10　　B. -6　　C. 2　　D. -6 或 2　　E. ±6

信心，坚持 2 小时在线

三、 二元一次方程组

1、定义

引例： 解方程组 $\begin{cases} x-3y=-7 \\ 2x+y=0 \end{cases}$

定义：形如$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$（其中 a_1与b_1，a_2与b_2分别不同时为零）的方程组，称为二元一次方程组.

二元一次方程组是由两个二元一次方程，组成的.

这两个二元一次方程的公共解就是该二元一次方程组的解.

2、二元一次方程组的解法

引例：解方程组 $\begin{cases} x-3y=-7 \\ 2x+y=0 \end{cases}$

（1）加减消元法

$$\begin{cases} x-3y=-7 & (1) \\ 2x+y=0 & (2) \end{cases}$$

信心，坚持 2 小时在线

（2）代入消元法

$$\begin{cases} x-3y=-7 & (1) \\ 2x+y=0 & (2) \end{cases}$$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

6. 方程组 $\begin{cases} x+y=a \\ y+z=4 \\ z+x=2 \end{cases}$ 有整数解.

(1) $a=1$　　(2) $a=0$

A. 1 充分 2 不充分；B. 1 不充分 2 充分；C. 1、2 都不充分，联合后充分；D. 1、2 单独都充分；E. 1、2 都不充分，联合后也不充分.

第二节　集合与函数

知识精讲

一、集合

1. 定义

某些确定的且互不相同的对象集在一起就成为集合. 组成集合的对象叫做元素. 用大写字母A，B，C……表示集合；用小写字母a,b,c……表示元素.

元素与集合的关系主要有属于∈，不属于∉两种. 记作$a \in A$或$a \notin A$.

信心，坚持 2 小时在线

2. 几种集合的命名

空　集：不包含任何元素的集合叫做空集，用∅表示.

自然数集：N　　　正整数集：N^*或N_+　　　整数集：Z；

有理数集：Q；　　　实数集：R.

3. 集合的表示方法

(1) 列举法：把元素一一列举在大括号内表示集合，例如：$\{a,b,c\}$.

(2) 描述法：有两种描述方式

第一种代号描述：例如，方程$x^2-3x+2=0$的所有解组成的集合，可表示为$\{x|x^2-3x+2=0\}$. 第二种文字描述：将说明元素性质的一句话写在大括号内. 例如，｛大于 2 小于 5 的整数｝；

（3）韦恩图法：用图形表示集合定义了两个集合之间的四种关系

（4）集合的区间表示

$\{x|a<x<b\}$可表示为$x\in(a,b)$

$\{x|a\le x<b\}$可表示为$x\in[a,b)$

$\{x|a<x\le b\}$可表示为$x\in(a,b]$

$\{x|a\le x\le b\}$可表示为$x\in[a,b]$

4. 集合之间的关系

（1）子集：如果属于 A 的所有元素都属于 B，那么 A 就叫做 B 的子集，记作：$A \subseteq B$，如图 1-1 所示.

真子集：如果所有属于 A 的元素都属于 B，而且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么 A 叫做 B 的真子集，记作 A⊂B 或 A⫋B.

真子集也是子集，和子集的区别之处在于$A \neq B$. 对于同一个集合，其真子集的个数比子集少一个.

常用结论： 由n个元素组成的集合，有2^n个子集，有2^n-1个真子集；

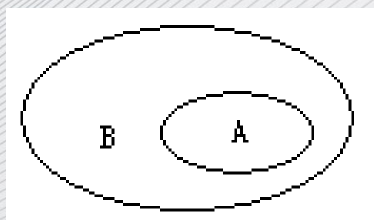


图 1-1

（2）交集：由两个集合的公共元素组成的集合，叫做这两个集合的交集，记作“$A \cap B$”，读作“A 交 B”，如图 1-2 所示.

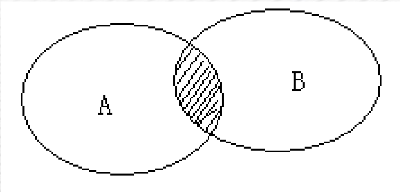


图 1-2

（3）并集：由两个集合所有元素组成的集合，叫做这两个集合的并集，记作“$A\cup B$”，读作“A 并 B”，

如图 1-3 所示.

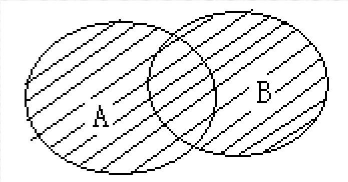


图 1-3

（4）补集：由所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 A 在全集 U 中的补集，记作“$C_U A$”，读作“A 补”，

如图 1-4 所示.

常用结论：　$A \subseteq B$ 的等价形式主要有：$A \cap B = A$，$A \cup B = B$

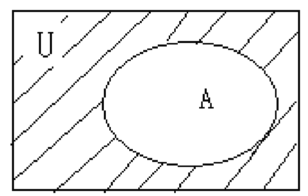


图 1-4

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

1．集合$\{0,1,2,3\}$的子集个数为（　　）

A．14　　B．15　　C．16　　D．18　　E.以上都不对

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

2．若集合 $P=\{1,2,3,m\}$, $Q=\{m^2,3\}$,满足，$P\cap Q=Q$ 求 m 的值.

A. 0, 1　　B. 0, -1　　C. 0, -1, $\sqrt{2}$　　D. 0, -1, $\sqrt{2},-\sqrt{2}$　　E 以上都不对

二、一次函数

1、一次函数和正比例函数：

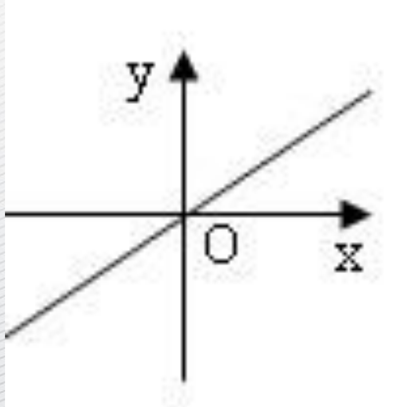
一般地，形如$y=kx+b$（k,b是常数，$k\neq 0$）的函数叫做一次函数；当$b=0$时，$y=kx$叫做正比例函数.

例如: $y=2x$是正比例函数，$y=x+1$是一次函数

2、一次函数的图像：

① 正比例函数 $y=kx\left(k\neq 0\right)$的图像是经过原点$\left(0,0\right)$的一条直线；

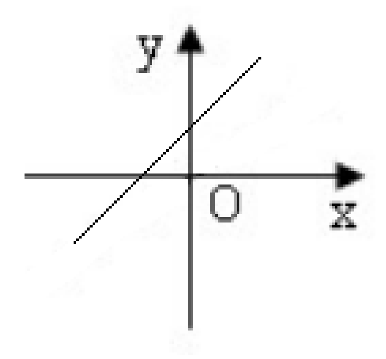
通常画正比例函数$y=kx\left(k\neq 0\right)$的图像时只需取一点$\left(1,k\right)$, 然后过原点和这一点画直线即可.



②一次函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$）的图像是一条直线，通常也称为直线 $y=kx+b$.

由于两点确定一条直线，所有只需要画出两点再连成直线就可以了.

例：一次函数 $y=x+1$ 我们可以取坐标轴上的两点 $(0,1)$ 和 $(-1,0)$



总结：为了方便，常用一次函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$）的图像与坐标轴的两个交点 $(0,b)$ 和 $\left(-\frac{b}{k},0\right)$ 来画图像.

③对一次函数 $y = kx + b$ 中的系数 k, b 的理解：

直线 $y = kx + b$ 中 k 的符号表示直线的方向，b 是直线与 y 轴交点的纵坐标.

信心，坚持 2 小时在线

3、一次函数与一元一次方程

直线$y=kx+b$（$k\neq 0$）与x轴交点的横坐标是一元一次方程$kx+b=0$的解.

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

3. 直线 $y=ax+b$ 过第二象限.

(1) $a=-1,b=1$

(2) $a=1,b=-1$

A. 1 充分 2 不充分；B. 1 不充分 2 充分；C. 1、2 都不充分，联合后充分；D. 1、2 单独都充分；E. 1、2 都不充分，联合后也不充分.