

信心，坚持 2 小时在线

2024 管理类联考-数学精讲课

第二讲 比与比例、绝对值、整式 1

信心，坚持 2 小时在线

第二节 比与比例

知识精讲

一、定义

1. 比与比值的定义. (1) a 、 b 两数相除，称为这两个数的比，即 $a:b = \frac{a}{b}$.

(2) 若 a 、 b 两数相除的商为 k ，则称 k 为 $a:b$ 的比值.

2. 比例的定义

当两个比的的比值相等时，我们称其为比例. 例如 $2:1=4:2$ ， $a:b = c:d$.

若 $a = kb$ (k 不为零)，则称 a 与 b 成正比， k 为比例系数；

若 $a = \frac{k}{b}$ (k 不为零)，则称 a 与 b 成反比， k 为比例系数.

信心，坚持 2 小时在线

二、比例性质

比例外项之积=比例内项之积.

1. $a:b = c:d \Leftrightarrow ad = bc;$

2. $a:b = b:d \Leftrightarrow b^2 = ad.$

信心，坚持 2 小时在线

三、比例定理

1. 更比定理：

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}.$$

2. 等比定理

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f}; \quad (b+d+f \neq 0).$$

注意：所有分母都要保证不等于 0，所以在使用等比定理时，要先讨论分母之和是否为 0.

信心，坚持 2 小时在线

四、比例运算

(1) 设 k 法

利用比例条件，将实数的比设为 k ，进而引出其他参数.

例：若实数 a, b, c 满足 $a:b:c=1:2:3$ ，则设 $a=k, b=2k, c=3k$.

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

1. 甲、乙两仓库储存的粮食重量之比为 4:3，现从甲库中调出 10 万吨粮食，则甲、乙两仓库存粮吨数之比为 7:6. 甲仓库原有粮食的万吨数为 ()

- A. 70 B. 78 C. 80 D. 85 E. 以上结论均不正确

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

2. 若实数 a, b, c , 满足 $a:b:c=1:2:5$, 且 $a+b+c=24$, 则 $a^2+b^2+c^2=$ ()

A. 30

B. 90

C. 120

D. 240

E. 270

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

3. 甲与乙的比是 3:2，丙与乙的比是 2:3，则甲与丙的比是（ ）。

A. 1:1

B. 3:2

C. 2:3

D. 9:4

E. 8:5

信心，坚持 2 小时在线

(2) 比例定理法

利用比例定理进行求解.

例：若 $\frac{a+b-c}{c} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{-a+b+c}{a} = k$ ，则 k 的值为 () .

信心，坚持 2 小时在线

第三节 绝对值

知识精讲

一、定义

1. 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫数轴；在直线上任取一个点表示 0，这个点叫做原点；通常规定直线上从原点向右（或上）为正方向，从原点向左（或下）为负方向.

信心，坚持 2 小时在线

2. 绝对值

(1) 定义：在数轴上表示一个数的点离原点的距离就叫做这个数的绝对值.

(2) 几何意义： $|a|$ 表示在数轴上 a 点与原点 0 的距离， $|a-b|$ 表示在数轴上 a 点与 b 点的距离， $|a+b|$ 表示数轴上点 a 与点 $-b$ 的距离.

(3) 代数意义：
$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

1. 已知 $-3 \leq t \leq 6$ ，则 $|t+4| + |t-6| = (\quad)$.

A. $2t-2$

B. 10

C. 3

D. $2t+2$

E. $2t$

信心，坚持 2 小时在线

二、绝对值性质

1. 非负性： $|a| \geq 0$ ，任何实数 a 的绝对值非负.
2. 对称性： $|-a| = |a|$ ； $|a-b| = |b-a|$ ，互为相反数的两个实数的绝对值相等.

信心，坚持 2 小时在线

$$3. \text{ 自比性: } \frac{|a|}{a} = \frac{a}{|a|} = \begin{cases} +1, & a > 0 \\ -1, & a < 0 \end{cases}$$

注意：绝对值的自比性通常与以下性质结合考查：

(1) 若 $abc > 0$ ，则三个数都为正，或两负一正；(2) 若 $abc < 0$ ，则三个数都为负，或两正一负。

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

2. 如果 a, b, c 满足 $abc < 0$, 那么 $\frac{|ab|}{ab} + \frac{|ac|}{ac} + \frac{|bc|}{bc} = (\quad)$

A. 1

B. 1 或 -3

C. -3

D. -1 或 -3

E. -1 或 3

信心，坚持 2 小时在线

4. 等价性

(1) 根号与平方: $\sqrt{a^2} = |a|$

(2) 去绝对值: $|a|^2 = |a^2| = a^2$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

3. 若实数 a 、 b 、 c 满足 $|a-2| + (b+3)^2 + \sqrt{c+6} = 0$ ，那么 $\frac{c}{ab}$ 的值是 () .

A. 1

B. 2

C. 3

D. -3

E. -2

信心，坚持 2 小时在线

三、绝对值三角不等式：

$$|a+b| \leq |a|+|b| (ab \geq 0 \text{ 时等号成立}), |a-b| \leq |a|+|b| (ab \leq 0 \text{ 时等号成立}).$$

证明方法：用绝对值的几何意义画出数轴显然可得.

记忆方法：把 $|a+b|$ 、 $|a|$ 、 $|b|$ 当成三角形的三条边，两边之和大于第三边.

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

4. 已知 $|a| = 5$, $|b| = 7$, $ab < 0$, 则 $|a - b| = (\quad)$.

A. 2

B. -2

C. 12

D. -12

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

5. 设实数 a, b 满足 $|a - b| = 2$, $|a^3 - b^3| = 26$, 则 $a^2 + b^2 = (\quad)$

A. 30

B. 22

C. 15

D. 13

E. 10

信心，坚持 2 小时在线

第二章 整式与分式

第一节 整式及其运算

知识精讲

一、整式定义

在有理式中没有除法运算或有除法运算但除式中不含字母的式子叫整式. 整式包括单项式和多项式, 其和、差、积仍为整式.

信心，坚持 2 小时在线

二、整式加减运算

1. 几个整式相加减，有括号的先去括号，然后合并同类项. 整式加法满足交换律、结合律和对乘法的分配律. 例如：

$$(a^2 + ab) - (4ab + a^2 - b^2) = a^2 + ab - 4ab - a^2 + b^2 = b^2 - 3ab$$

2. 整式加减法的运算步骤：（1）去括号 （2）合并同类项

注意：去括号时一定要注意符号的处理.

信心，坚持 2 小时在线

三、整式乘法运算

整式乘法的运算步骤：（1）一个因式的每一项乘以另一个因式的每一项（2）合并同类项.

$$(a+n)(b+m) = ab + am + nb + nm$$

注意：乘积中的任一项，都是每个因式多项式中各取一项相乘，再合并同类项后的结果.

信心，坚持 2 小时在线

【必备基本公式】

$$(1) \quad a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(2) \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(3) \quad (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2$$

$$(4) \quad a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(5) \quad (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

1. 计算 $(a+b)(2a+b)$ ，结果正确的是 ()

A. $2a^2 + 3ab + b^2$

B. $a^2 + 3ab + 2b^2$

C. $2a^2 + ab + b^2$

D. $2a^2 + 3ab + 2b^2$

E. 以上都

不对

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

2. 将 $x^2 - 2x - 3$ 因式分解为 ()

A. $(x-1)(x+3)$

B. $(x-1)(x-3)$

C. $(x+1)(x-3)$

D. $(x+1)(x+3)$

E.

$x(x-1)+3$

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

3. 已知 $a + b = 10$, $ab = 20$, 则 $a^3 + b^3 = (\quad)$

A. 200

B. 400

C. 600

D. 800

E. 1000

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

4. 设 $x=2+\sqrt{3}$ ， $y=2-\sqrt{3}$ ，则 $x^3+y^3=(\quad)$

A. 52

B. -52

C. 26

D. -26

E. 48

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

5. 如果 $a^2 + b^2 + 2a + 4b + 5 = 0$ ，则 $ab = (\quad)$

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2 E. 4

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

6. 若 $3(a^2 + b^2 + c^2) = (a + b + c)^2$ ，则 a, b, c 三者关系为 ()

A. $a - b = b + c$ B. $a + b + c = 1$ C. $a = b = c$ D. $ab + bc = ac$ E. $abc = 1$