信心，坚持 2 小时在线

2024 管理类联考-数学精讲课

第十三讲 平面解析几何

第五节 平面解析几何

知识精讲

一. 两点之间距离公式

在平面直角坐标系中，设点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则 $|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

信心，坚持2小时在线

例题精练

1. 平面直角坐标系中点A（3,4），B（6,0），则线段AB=（ ）.

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5　　E. 以上都不对

二. 中点坐标公式

点 $P(x,y)$ 是线段 P_1P_2 的中点，其中 $P_1\left(x_1,y_1\right),P_2\left(x_2,y_2\right)$，则 P 点坐标为 $x=\dfrac{x_1+x_2}{2},y=\dfrac{y_1+y_2}{2}$.

三．直线的倾斜角与斜率

（1）直线的倾斜角. 一条直线l向上的方向与x轴的正方向所成的最小正角，叫做这条直线的倾斜角.

特殊地，当直线l和x轴平行时，倾斜角为$0°$，故倾角$0° \le \alpha \le 180°$.

（2）直线的斜率. 倾斜角不是 90°的直线的倾斜角的正切叫做此直线的斜率．直线的斜率反映了直线对x轴的倾斜程度.

直线的斜率常用k表示，即$k = \tan\alpha$．注意. 垂直于x轴的直线没有斜率（$\alpha \ne 90°$）.

当$\alpha = \frac{\pi}{2}$时，直线的斜率不存在；

（3）过两点$P_1(x_1, y_1)$. $P_2(x_2, y_2)$的直线的斜率公式．$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\left(x_1 \ne x_2\right)$.

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

2.经过点 A（-3,-4）.点 B（-1,0）的直线 AB 斜率 $k=$（ ）.

A.2　　B.-2　　C.$\frac{1}{2}$　　D.$-\frac{1}{2}$　　E.以上都不对

信心，坚持 2 小时在线

四. 直线的方程

（1）斜截式. $y=kx+b$，斜率为 k，在 y 轴上的截距为 b.

注意. 它不含垂直于 x 轴的直线.

（2）一般式. $Ax+By+C=0$（其中 A. B 不同时为 0）. 斜率为. $-\dfrac{A}{B}$

信心，坚持 2 小时在线

五. 两直线的位置关系

设不重合的两条直线为$l_1: A_1x+B_1y+C_1=0, l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$

（1）相交.

会求交点. 联立$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2=0 \end{cases}$有唯一一组实数解。

（2）平行.

①若 $l_1: y=k_1x+b_1$，$l_2: y=k_2x+b_2$；　$l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow k_1=k_2, b_1 \neq b_2$

②若 $l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$，$l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$. $l_1//l_2 \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}\neq\dfrac{C_1}{C_2}$

（3）垂直.

①若 $l_1: y=k_1x+b_1$， $l_2: y=k_2x+b_2$； $l_1\perp l_2 \Leftrightarrow k_1k_2=-1$

②若 $l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$， $l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$． $l_1\perp l_2 \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0$；

信心，坚持2小时在线

例题精练

3. 直线$x+2y+2=0$和直线$kx+y+3=0$垂直，则$k=$（ ）.

A. 2　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. -2　　E. 无法确定

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

4. 直线$y=3x+2$和直线$y=kx+3$平行，则$k=$（ ）.

A. 2　　B. -3　　C. 3　　D. -2　　E. 无法确定

六. 点到直线的距离公式

平面内一点$P(x_0,y_0)$到直线$l:Ax+By+C=0$的距离公式$d=\dfrac{\left|Ax_0+By_0+c\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

信心，坚持2小时在线

例题精练

5.在平面直角坐标系中点（2,3）到直线$3x+4y-3=0$的距离是（ ）.

A.3 B.4 C.5 D.2 E.6

信心，坚持 2 小时在线

七. 点线之间的对称问题

(1) 点关于特殊直线的对称点.

设点 $P(x_0,y_0)$ 是直角坐标系内任意一点，则点 $P(x_0,y_0)$

①关于 x 轴的对称点为 $(x_0,-y_0)$；

②关于 y 轴的对称点为 $(-x_0,y_0)$

③关于原点的对称点为 $(-x_0,-y_0)$

④关于直线 $y=x$ 的对称点为 (y_0,x_0)

⑤关于直线关于直线 $y=-x$ 的对称点为 $(-y_0,-x_0)$

(2)求已知点关于某已知直线的对称点

点 $P(x_0,y_0)$ 关于直线 $Ax+By+C=0$ 的对称点为（x_1,y_1），则（x_1,y_1）是方程组

$$\begin{cases} A\cdot\dfrac{x_0+x_1}{2}+B\cdot\dfrac{y_0+y_1}{2}+C=0 \\ \dfrac{y_1-y_0}{x_1-x_0}\cdot(-\dfrac{A}{B})=-1 \end{cases}$$ 的解.

注. 这个方程的求解比较复杂，但考试都是单选题，考试中两点关于直线对称的问题，通常只需要验证两点连线垂直于对称轴即可（即斜率乘积等于-1），而不需要解这个方程.

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

6. 点（0,4）关于直线$2x+y+1=0$的对称点为（ ）

A.（2,0） B.（-3,0） C.（-6,1） D.（4，2） E.（-4,2）

信心，坚持 2 小时在线

八. 圆的两种方程

(1). 圆的标准方程. $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$（$r>0$），称为圆的标准方程，其圆心坐标为(a,b)，半径为r． 特别地，当圆心在原点（0，0），半径为 r 时，圆的方程为$x^2+y^2=r^2$.

注. 求圆的标准方程一般只需要熟悉以下三个式子即可.

$x^2\pm 2x+1=(x\pm 1)^2$、$x^2\pm 4x+4=(x\pm 2)^2$、$x^2\pm 6x+9=(x\pm 3)^2$

(2). 圆的一般方程. $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$（$D^2+E^2-4F>0$），其圆心坐标为（$-\frac{D}{2}$，$-\frac{E}{2}$），半径为 $r=\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}$. 当 $D^2+E^2-4F=0$ 时，方程表示一个点（$-\frac{D}{2}$，$-\frac{E}{2}$）；当 $D^2+E^2-4F<0$ 时，方程不表示任何图形.

信心，坚持2小时在线

例题精练

7. 圆的解析式$(x+2)^2+(y-1)^2=4$,圆心的坐标和半径是（ ）.

A.（2,-1）,2　　B.（2,1）,2　　C.（-2,1）,2　　D.（-2,-1）,2　　E.以上都不对

信心，坚持 2 小时在线

九. 点和圆、直线和圆、圆和圆的位置关系

1. 点 $P(x_0, y_0)$ 与圆的位置关系.

（1） 对于圆的标准方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$， 若 $d=\sqrt{(a-x_0)^2+(b-y_0)^2}$，

则有. $d>r \Leftrightarrow$ 点 P 在圆外； $d=r \Leftrightarrow$ 点 P 在圆上； $d<r \Leftrightarrow$ 点 P 在圆内.

信心，坚持 2 小时在线

（2）对于圆的一般方程. $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$则有.

$x_0{}^2+y_0{}^2+Dx_0+Ey_0+F<0 \Leftrightarrow$ 点P在圆内；

$x_0{}^2+y_0{}^2+Dx_0+Ey_0+F=0 \Leftrightarrow$ 点P在圆上；

$x_0{}^2+y_0{}^2+Dx_0+Ey_0+F>0 \Leftrightarrow$ 点P在圆外.

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

8. 圆的解析式$(x-2)^2+(y+1)^2=4$，点 A（3, 1），则点 A 与圆的位置关系是（ ）.

A. 点在圆内　　B. 点在圆外　　C. 点在圆上　　D. 点与圆心重合　　E. 以上都不对

2. 直线与圆的位置关系有三种. （本质是求点到直线的距离）

直线 $Ax+By+C=0$ 与圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 的位置关系.

（1）圆心到直线的距离. $d=\dfrac{|Aa+Bb+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

$d>r\Leftrightarrow$ 相离； $d=r\Leftrightarrow$ 相切； $d<r\Leftrightarrow$ 相交

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

9. 圆 $x^2+y^2-ax-by+c=0$ 与 x 轴相切，则能确定 c 的值.

(1) 已知 a 的值.　　(2) 已知 b 的值.

A. 1 充分 2 不充分；B. 1 不充分 2 充分；C. 1、2 都不充分，联合后充分；D. 1、2 单独都充分；E. 1、2 都不充分，联合后也不充分.

3. 圆与圆的位置关系有五种.（本质是求两点之间距离）

设两圆圆心分别为O_1．O_2，半径分别为r_1,r_2． $|O_1O_2|=d$

$d>r_1+r_2\Leftrightarrow$ 外离 $\Leftrightarrow$ 4条公切线；

$d=r_1+r_2\Leftrightarrow$ 外切 $\Leftrightarrow$ 3条公切线；

$|r_1-r_2|<d<r_1+r_2\Leftrightarrow$ 相交 $\Leftrightarrow$ 2条公切线；

$d=|r_1-r_2|\Leftrightarrow$ 内切 $\Leftrightarrow$ 1条公切线；

$0\le d<|r_1-r_2|\Leftrightarrow$ 内含 $\Leftrightarrow$ 无公切线

信心，坚持 2 小时在线

例题精练

10. 已知圆 A: $x^2+y^2+4x+2y+1=0$，则圆 B 与圆 A 相切，

（1）圆 B: $x^2+y^2-2x-6y+1=0$;

（2）圆 B: $x^2+y^2-6x=0$.

A. 1 充分 2 不充分；B. 1 不充分 2 充分；C. 1、2 都不充分，联合后充分；D. 1、2 单独都充分；E. 1、2 都不充分，联合后也不充分.