考研教辅

研

必胜卡

考研

教辅

硕士研究生

1.一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ [1901 条件充分性判断]

（1）解法：

①**分解因式**：若 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)=0(a\neq 0)$，则 $x=x_1$ 或 $x=x_2$.

②**公式法**：方程两根为 $x_1,x_2=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.（对称轴：$x=-\dfrac{b}{2a}$）

（2）根的判别式：$\Delta=b^2-4ac\begin{cases}>0，\text{有两个不相等实数根（与x轴有2个交点）；}\\=0，\text{有两个相等的实数根（与x轴有1个交点）；}\\<0，\text{没有实数根（与x轴没有交点）。}\end{cases}$

（3）根与系数的关系（韦达定理）：$x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}$　　$x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$

2.二次函数 [2101 问题求解]

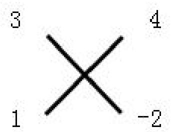
（1）一般式：$y=ax^2+bx+c$

（2）顶点式：$y=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2+\dfrac{4ac-b^2}{4a}$

（3）交点式：$y=a(x-x_1)(x-x_2)$

3.整式的因式分解（十字相乘法） [2001 问题求解]

例如：将 $3x^2-2x-8$ 因式分解。解：二次项的系数分解为 $3=1\times 3$，常数项 $-8=-2\times 4$，交叉相乘后 $3\times(-2)+1\times 4=-2$，-2 为一次项系数.



所以 $3x^2-2x-8=(x-2)(3x+4)$

4.常用乘法公式 [2001 问题求解]

（1）平方差公式：$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

（2）完全平方公式：$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

（3）立方和公式：$(a+b)^3=a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$

立方差公式：$(a-b)^3=a^3-b^3-3a^2b+3ab^2$

（4）和的立方公式：$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

差的立方公式 $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

5.质数、合数 [2101 问题求解]

（1）质数：如果一个大于 1 的整数，只能被 1 和它本身整除，那么这个数叫做质数（或素数）.例如：2、3、5、7……

（2）合数：一个大于 1 的整数，除了能被 1 和本身整除外，还能被其他正整数整除，这样的数叫做合数.例如：4、6、9……（注意，最小的合数是 4.）

1 既不是质数也不是合数，2 是最小的、唯一的偶质数.

30 以内的质数共有 10 个：2　3　5　7　11　13　17　19　23　29.

6.实数的整除 [1901 条件充分性判断]

能被 2 整除的数：个位为偶数，0，2，4，6，8.

能被 3 整除的数：各位数字之和必能被 3 整除.
能被 5 整除的数：个位为 0 或 5.
能被 9 整除的数：各位数字之和必能被 9 整除.
能被 10 整除的数：个位必为 0.

7.奇数与偶数的运算性质 [1801 条件充分性判断]

偶数±偶数=偶数；　　偶数*偶数=偶数.
奇数±奇数=偶数；　　奇数*奇数=奇数；
奇数±偶数=奇数；　　奇数*偶数=偶数；

8.绝对值性质 [2101 条件充分性判断]

（1）对称性：$|-a|=|a|$；　　（2）自反性：$\frac{|x|}{x}=\frac{x}{|x|}=\begin{cases}1 & x>0\\ -1 & x<0\end{cases}$；

（3）等价性：①$|a|=\sqrt{a^2}$，②$|a|^2=a^2$；　　（4）非负性：$|a|\geq 0$.

当有若干个具有非负性质的数之和等于零时，则每个非负数必然为零.

$$\sqrt{(\mathrm{A})}+|(\mathrm{B})|+(\mathrm{C})^{2n}=0\Rightarrow A=B=C=0$$

9.均值不等式 [1801 问题求解]

（1）$a^2+b^2\geq 2ab(a,b\in R)$，　　（2）$\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}(a,b\in R^+)$，

（3）$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geq 2(ab>0)$，　　（4）$\frac{1}{a}+a\geq 2(a\in R^+),\frac{1}{a}+a\leq -2(a\in R^-)$

10.利润及百分比问题 [1701 问题求解、条件充分性判断]

$$\text{变化率}=\frac{\text{变化量}}{\text{变前量}}\times 100\%=\frac{|\text{现值-原值}|}{\text{原值}}\times 100\%$$

设原值为 a，变化率为 $p\%$，若上升 $p\%$，则现值$=a(1+p\%)$，若下降 $p\%$，则现值$=a(1-p\%)$.

11.相遇及追击问题 [2101 问题求解、条件充分性判断]

（1）直线运动：①相遇：相遇时所用时间 $t=\frac{S_1+S_2}{v_1+v_2}$.　②追击：乙追上甲所用时间 $t=\frac{S}{v_2-v_1}$.

（2）圆周运动（周长为 S）

①同向运动：相遇一次：$S_{甲}-S_{乙}=S$.若相遇 n 次，则 $S_{甲}-S_{乙}=n\cdot S$；
②相背运动：相遇一次：$S_{甲}+S_{乙}=S$.若相遇 n 次，则 $S_{甲}+S_{乙}=n\cdot S$.

12.相对速度问题 [2101 问题求解、条件充分性判断]

顺水逆水问题原理：$\begin{cases}V_{顺}=v_{船}+v_{水}\\ V_{逆}=v_{船}-v_{水}\end{cases}\Rightarrow V_{顺}-V_{逆}=2v_{水}$

13.平均值问题（十字相乘法）［1901 条件充分性判断］

原理：设一个整体可分成 A、B 两部分，A 部分的数值有 x 个 a，B 部分的数值有 y 个 b，A+B 的平均值为 c，则我们可用十字交叉法来求 A、B 数量之比：

A：　a　　　　c－b
　　　　　c
B：　b　　　　a - c

14.溶液问题［2101 问题求解］

（1）溶液=溶质+溶剂　　（2）浓度 $=\dfrac{\text{溶质}}{\text{溶液}}\times 100\%$

15.等差数列［2101 问题求解、条件充分性判断］

（1）通项公式 $a_n=a_1+(n-1)d.(d\text{为常数},n\in N^*)$；推广：$a_n=a_m+(n-m)d.(d\text{为常数}，m、n\in N^+)$.

（2）等差数列的前 n 项和公式 $S_n=\dfrac{(a_1+a_n)n}{2}=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$.

可将其化成关于 n 的二次函数，用于求 S_n 的最值：$s_n=(\dfrac{d}{2})n^2+(a_1-\dfrac{d}{2})n$，（公差 d≠0）

（3）中项公式：$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}.(n\in N^*)$

（4）下标和定理：如果 $m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q(m,n,p,q\in N^*)$.

16.等比数列［2101、1901 条件充分性判断］

（1）通项公式 $a_n=a_1q^{n-1}(q\text{为常数},n\in N^*)$；推广公式：$a_n=a_mq^{n-m}(q\text{为常数},n、m\in N^*)$.

（2）等差数列的前 n 项和公式 $S_n=\begin{cases} na_1.(q=1) \\ \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}\text{或}\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}(q\neq 1)\end{cases}$

（3）中项公式：$a_{n+1}^2=a_n\bullet a_{n+2}\left(n\in N^*\right)$

（4）下标和定理：若 $m+n=p+q$，则 $a_m\cdot a_n=a_p\cdot a_q(m,n,p,q\in N^*)$.

17.四边形［1901 问题求解］

（1）平行四边形：面积 $S=ah$。（2）矩形：周长 $L=2(a+b)$；面积 $S=ab$。

（3）菱形：面积 $S=\dfrac{1}{2}l_1\times l_2$（两条对角线乘积的一半）。（4）正方形：周长 $L=4a$；面积 $S=a^2$。

（5）梯形：面积 $S=\dfrac{1}{2}(a+b)h$。

18.圆与扇形［2201 问题求解］

（1）圆：周长 $l=2\pi r=\pi d$；面积 $S=\pi r^2=\dfrac{\pi}{4}d^2$；

（2）扇形：①在扇形 OAB 中，若圆心角为 n^0，则 AB 弧长 $l=\dfrac{n\pi R}{180}$，扇形面积 $S=\dfrac{n\pi R^2}{360}$

②若圆心角为θ弧度，则 AB 弧长$l=R\theta$，扇形面积$S=\frac{1}{2}Rl=\frac{1}{2}R^2\theta$

19.立体几何［2201 问题求解、条件充分性判断］

（1）长方体：表面积$S=2(ab+bc+ac)$；体积$V=abc$；体对角线. $d=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

（2）圆柱体：侧面积$S=2\pi rh$；表面积$S=2\pi rh+2\pi r^2$；体积$V=\pi r^2 h$.

（3）球体：表面积：$S_{表}=4\pi R^2$或$S_{表}=\pi D^2$（D是球的直径）；体积：$V=\frac{4}{3}\pi R^3$或$V=\frac{1}{6}\pi D^3$

20.平面解析几何［2101、2001 问题求解、条件充分性判断］

（1）两点间的距离公式：$|P_1P_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$；

（2）点$P(x,y)$是线段P_1P_2的中点，则 P 点坐标为$x=\frac{x_1+x_2}{2},y=\frac{y_1+y_2}{2}$.

（3）点$P(x_0.y_0)$到直线$Ax+By+C=0$的距离：$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$；

（4）两条平行线$Ax+By+C_1=0$与$Ax+By+C_2=0$的距离是$d=\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

21.直线与圆的位置关系有三种：（本质是求点到直线的距离）［2101 问题求解、条件充分性判断］

直线 $Ax+By+C=0$ 与圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 的位置关系：圆心到直线的距离：

$$d=\frac{|Aa+Bb+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}.$$

$d>r\Leftrightarrow$相离；　$d=r\Leftrightarrow$相切；　$d<r\Leftrightarrow$相交

22.排列组合［2201 问题求解］

（1）排列：从n个不同元素中，任意取出 m 个元素，按照一定顺序排成一列，所有排列的种数：

$$P_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)=\frac{n!}{(n-m)!}$$

（2）组合：从n个不同元素中，任意取出 m 个元素并为一组，所有组合的种数：$C_n^m=\frac{P_n^m}{P_m^m}=\frac{n!}{m!(n-m)!}$

组合数的几个公式：$C_n^m=C_n^{n-m}$、$C_{n+1}^m=C_n^m+C_n^{m-1}$、$C_n^0=C_n^n=1$